

成長曲線をJMPで解析する

高井 省三

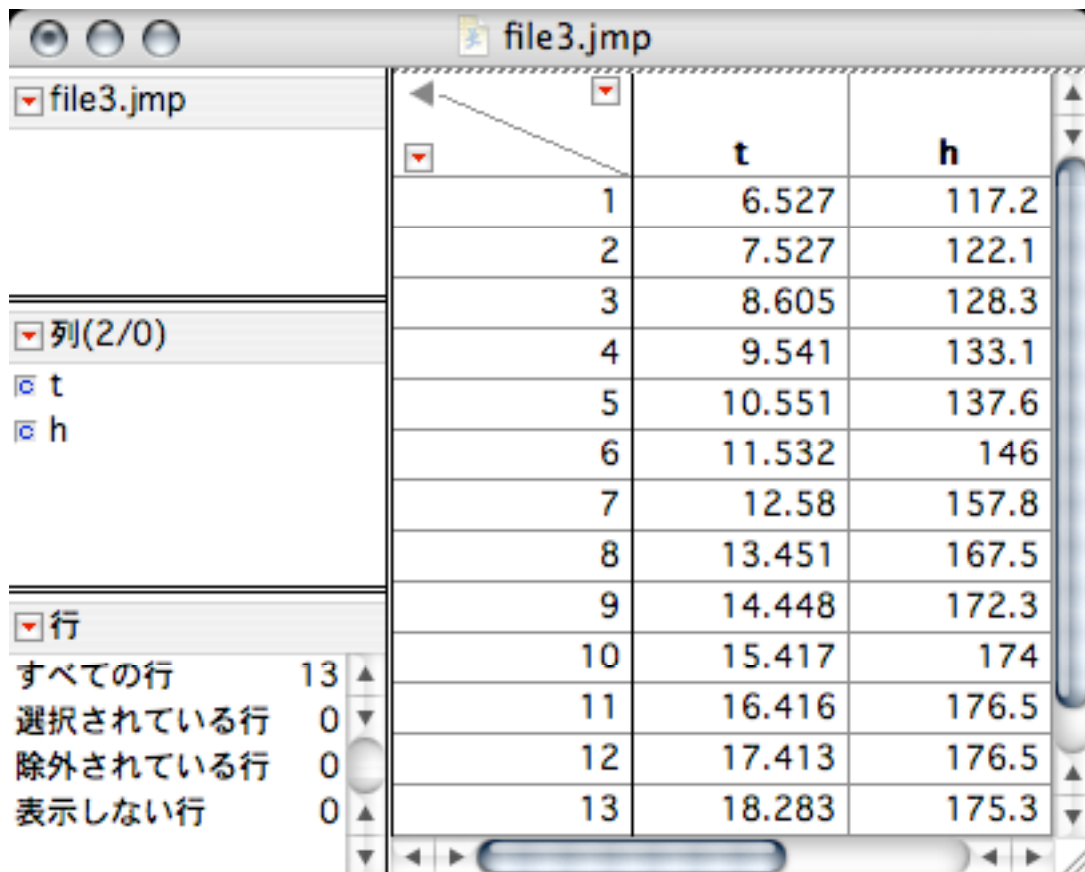
筑波大学大学院人間総合科学研究科

0) はじめに

Preece-Bains model 1の成長曲線モデル (Preece MA, Bains MJ (1978) A new family of mathematical models describing the human growth curve. Ann Hum Biol, 5: 1-24.) を SAS Institute Inc. 社の探索的データ分析ソフト JMP (ジャンプ, <http://www.jmp.com/japan/corp/index.shtml>) の「非線形回帰のあてはめ」プラットフォームをつかって解析する方法を紹介する。Excelのソルバー (<http://biking.taiiku.tsukuba.ac.jp/auxology/technote/PB1/index.html>) や R (http://biking.taiiku.tsukuba.ac.jp/auxology/technote/PB1/PB1_by_R.pdf) とは違ったJMPならではの使い道も紹介する。

1) データの準備

暦年齢に対する身長データからなるデータファイルを作る。

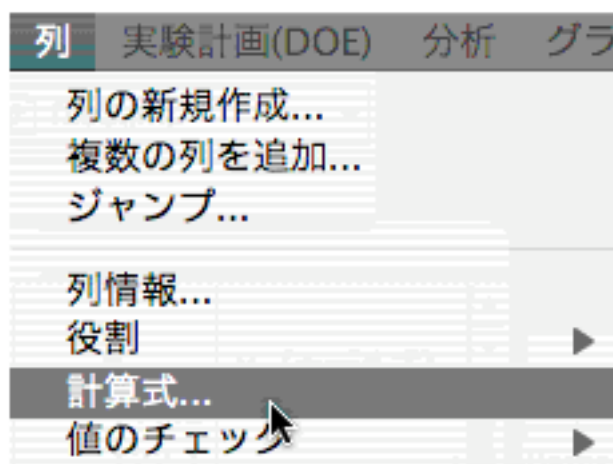


| | t | h |
|----|--------|-------|
| 1 | 6.527 | 117.2 |
| 2 | 7.527 | 122.1 |
| 3 | 8.605 | 128.3 |
| 4 | 9.541 | 133.1 |
| 5 | 10.551 | 137.6 |
| 6 | 11.532 | 146 |
| 7 | 12.58 | 157.8 |
| 8 | 13.451 | 167.5 |
| 9 | 14.448 | 172.3 |
| 10 | 15.417 | 174 |
| 11 | 16.416 | 176.5 |
| 12 | 17.413 | 176.5 |
| 13 | 18.283 | 175.3 |

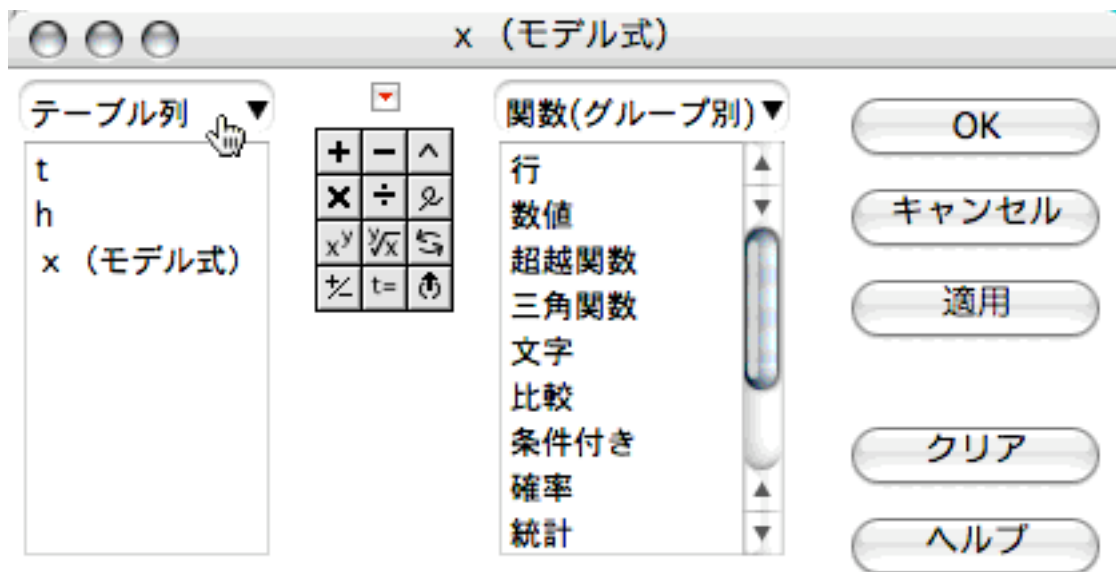
ここに予測式 (Preece-Bains 1 モデル式) のための新たな列を作成する。列名は「x (モデル式)」とした。

| | t | h | x (モデル式) |
|----|--------|-------|----------|
| 1 | 6.527 | 117.2 | |
| 2 | 7.527 | 122.1 | |
| 3 | 8.605 | 128.3 | |
| 4 | 9.541 | 133.1 | |
| 5 | 10.551 | 137.6 | |
| 6 | 11.532 | 146 | |
| 7 | 12.58 | 157.8 | |
| 8 | 13.451 | 167.5 | |
| 9 | 14.448 | 172.3 | |
| 10 | 15.417 | 174 | |
| 11 | 16.416 | 176.5 | |
| 12 | 17.413 | 176.5 | |
| 13 | 18.283 | 175.3 | |

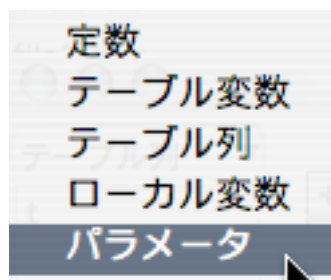
2) 予測式の列の作成



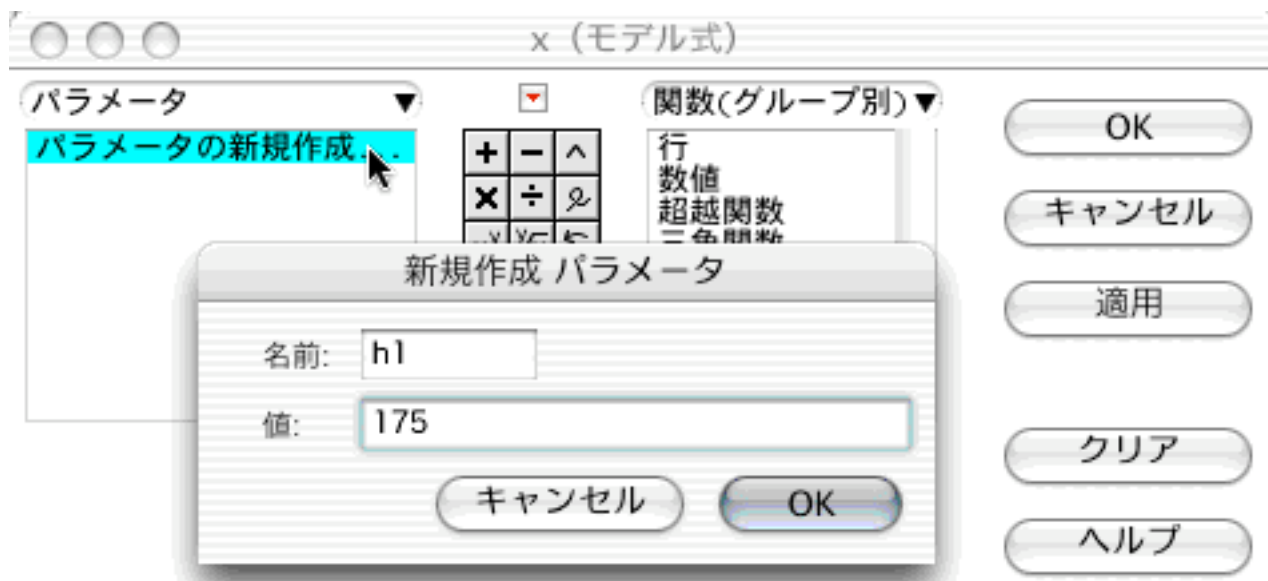
計算式エディターが開いたら、「テーブル列」の三角ボタンをクリックして、



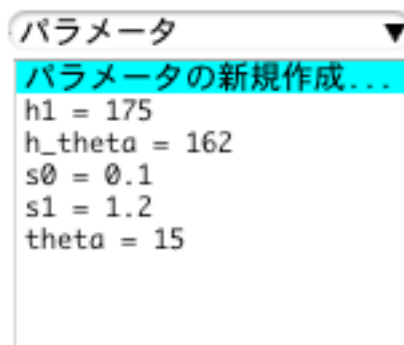
ポップアップメニューから「パラメータ」を選択する。



「テーブル列」が「パラメータ」リストに変わるので「パラメータの新規作成…」をクリックすると「新規作成パラメータ」ダイアログボックスがでる。



ここに、Preece-Bains 1モデル式の未知パラメータ（求めたいパラメータ）のh1を定義する。名前欄にはh1を、値欄には初期値を入力する。JMPは解法アルゴリズムにGauss-Newtonの反復法をつかっているが、初期値の与え方によっては収束に失敗し解が求まらないこともある。ここではPreece-Bains論文のTable 7を参考にして適当な値を使った。この操作を繰り返し、h_theta, s0, s1, thetaの残りのパラメータと初期値を定義する。



パラメータの編集、削除は当該パラメータをCTRLクリックしてコピー、編集…、削除ポップアップメニューを表示させて選択すればよい。

ついで、計算式を定義する。「パラメータ」リストからh1, thetaなどをクリックし、「テーブル列」リストからはtをクリックし、「関数(グループ別)」リストの「超越関数」リストからExp関数を選択し、これらを()や演算子パネルの×, ÷をクリックして計算式を完成させる。この操作はけっこう面倒なので、計算式編集領域のボックス（「計算式がありません」とあるかも）をダブルクリックして計算式をテキストとして入力してもよい。

Window: x (モデル式)

パラメータ

パラメータの新規作成...

h1 = 175

h_theta = 162

s0 = 0.1

s1 = 1.2

theta = 15

| | | |
|----------------|----|---|
| + | - | ^ |
| × | ÷ | √ |
| x ^y | √x | ↶ |
| ≠ | t= | ↷ |

関数(グループ別)

- 行
- 数値
- 超越関数
- 三角関数
- 文字
- 比較
- 条件付き
- 確率
- 統計

OK

キャンセル

適用

クリア

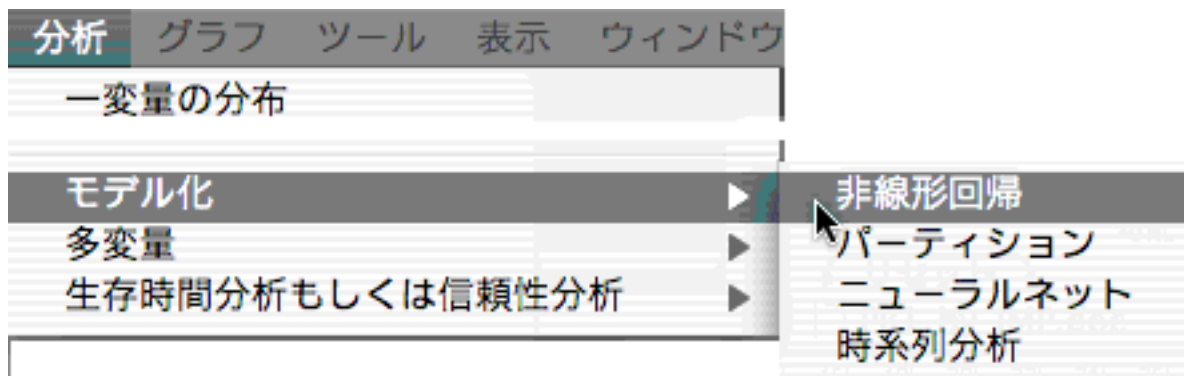
ヘルプ

$$h1 - \frac{2 * (h1 - h_theta)}{\left[\text{Exp} \left(s0 * (t - theta) \right) + \text{Exp} \left(s1 * (t - theta) \right) \right]}$$

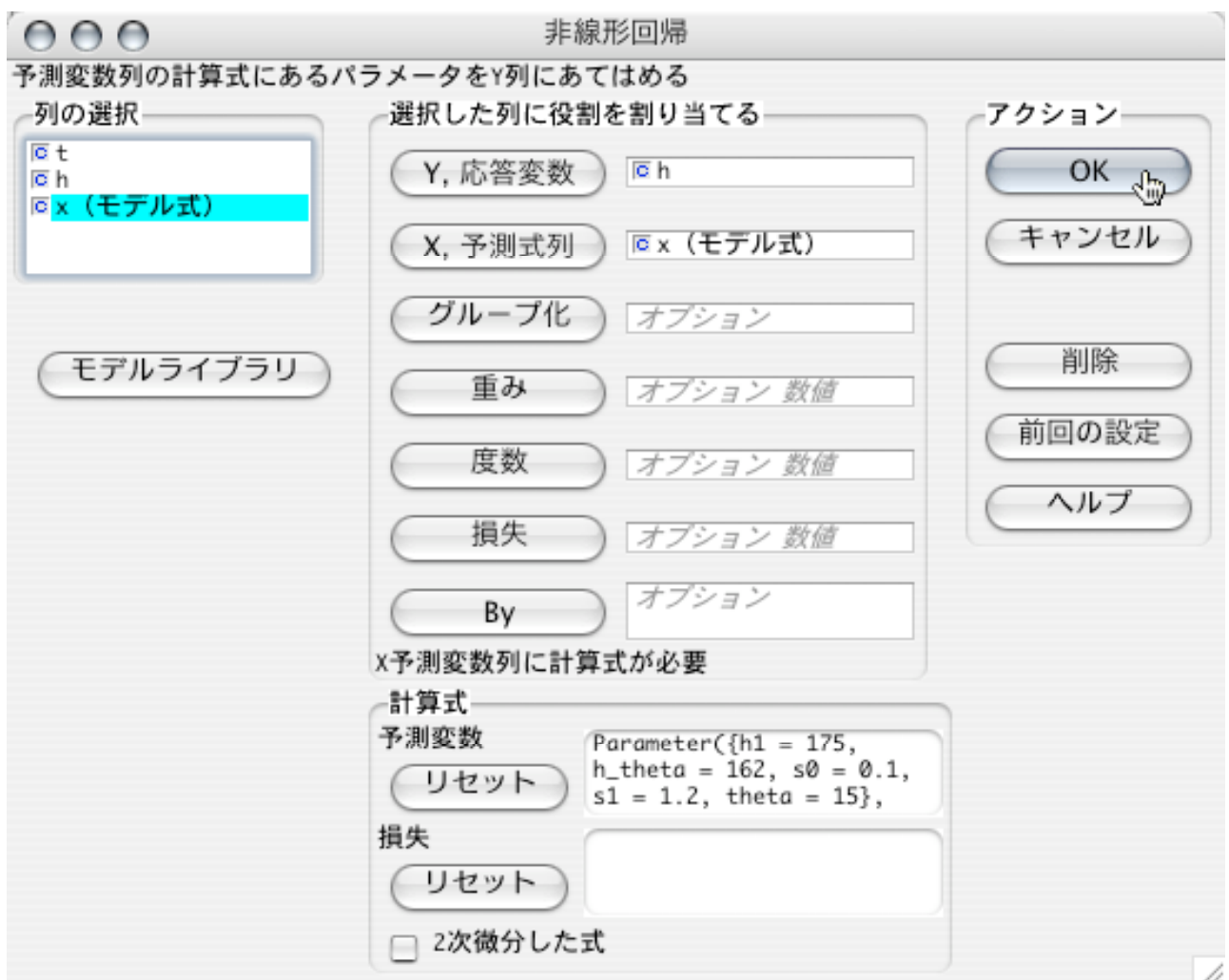
計算式が完成したら「OK」ボタンをクリックする。

3) 「非線形回帰」プラットフォームを起動する

「分析」→「モデル化」→「非線形回帰」メニューを選択する。



「列の選択」リストから「h」を選び「Y, 応答変数」ボタンをクリックする。ついで、「x (モデル式)」を選び「X, 予測式列」ボタンをクリックすると、ウィンドウ下方の計算式欄にパラメータが表示される。



「OK」ボタンをクリックすると「非線形回帰のあてはめ」パネルが表示される。

file3.jmp: 非線形回帰

▼ 非線形回帰のあてはめ

▼ 設定パネル

[実行]をクリックして開始。

| 基準 | 現在 | 停止限界 |
|---------|-------------|-----------|
| 反復 | 0 | 60 |
| 短縮 | 0 | 15 |
| 目的関数変化 | 1.3408e+154 | 0.0000001 |
| パラメータ変化 | 1.3408e+154 | 0.0000001 |
| 勾配 | 1.3408e+154 | 0.0000001 |

実行

停止

ステップ

リセット

| パラメータ | 現在値 | ロック |
|---------|-----|--------------------------|
| h1 | 175 | <input type="checkbox"/> |
| h_theta | 162 | <input type="checkbox"/> |
| s0 | 0.1 | <input type="checkbox"/> |
| s1 | 1.2 | <input type="checkbox"/> |
| theta | 15 | <input type="checkbox"/> |

SSE

N

0

数値微分を行うときのδ

0.00001

何回か反復計算が行われ、あてはめ処理が収束する。

▼ **設定パネル**

レポート
勾配で収束

| | 基準 | 現在 | 停止限界 |
|-------------------------------------|---------|--------------|-----------|
| <input type="button" value="実行"/> | 反復 | 3 | 60 |
| <input type="button" value="停止"/> | 短縮 | 0 | 15 |
| <input type="button" value="ステップ"/> | 目的関数変化 | 1.4862e-8 | 0.0000001 |
| <input type="button" value="リセット"/> | パラメータ変化 | 0.0000241836 | 0.0000001 |
| | 勾配 | 5.78624e-8 | 0.000001 |

| パラメータ | 現在値 | ロック | |
|---------|--------------|--------------------------|------------------|
| h1 | 175.81528839 | <input type="checkbox"/> | SSE 4.2200183466 |
| h_theta | 159.52883802 | <input type="checkbox"/> | N 13 |
| s0 | 0.0949308117 | <input type="checkbox"/> | |
| s1 | 1.3408116034 | <input type="checkbox"/> | |
| theta | 12.729100179 | <input type="checkbox"/> | |

| | | |
|-------------------------------------|----------------------------|---------|
| <input type="button" value="信頼限界"/> | αの編集 | 0.050 |
| | 収束基準 | 0.00001 |
| | 信頼限界のための目標SSE 7.0250935919 | |

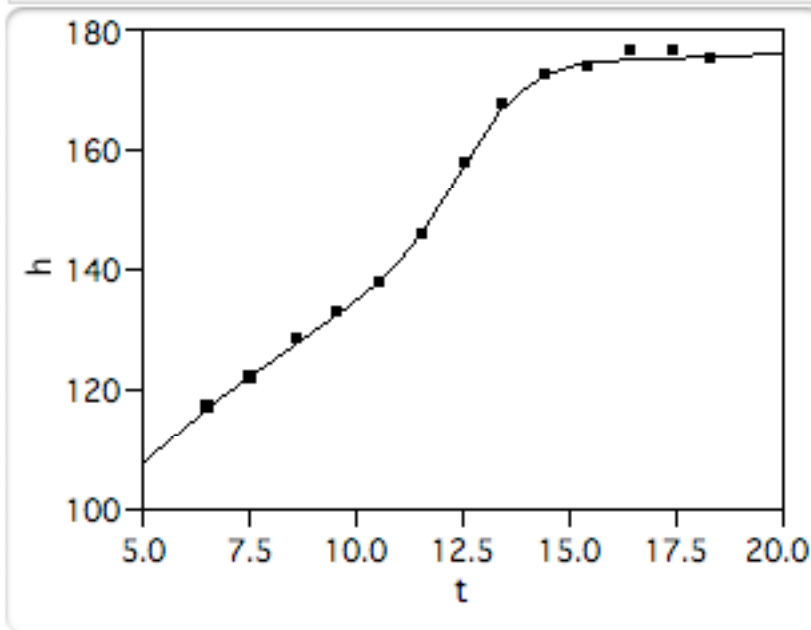
「信頼限界」ボタンをクリックすると、「解」欄に誤差平方和，自由度，平均誤差平方和，平均誤差とともに示される。

▼ 解

| | SSE | DFE | MSE | RMSE |
|---------|--------------|------------|------------|------------|
| | 4.2200183466 | 8 | 0.5275023 | 0.7262935 |
| パラメータ | 推定値 | 近似標準誤差 | 下側信頼限界 | 上側信頼限界 |
| h1 | 175.81528839 | 0.39874427 | 174.901944 | 176.781351 |
| h_theta | 159.52883802 | 0.70382696 | 157.754052 | 160.996384 |
| s0 | 0.0949308117 | 0.00725367 | 0.07699028 | 0.11047294 |
| s1 | 1.3408116034 | 0.11272612 | 1.10145237 | 1.63988969 |
| theta | 12.729100179 | 0.08808444 | 12.5179775 | 12.9218313 |

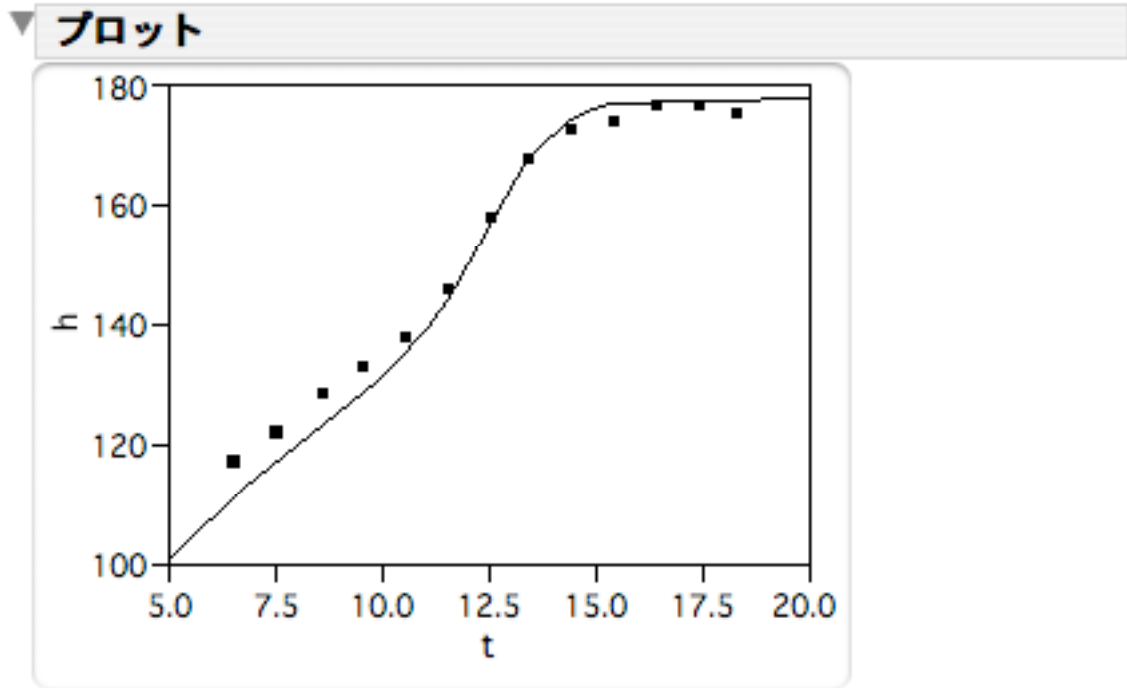
「プロット」欄には観測データ点と Preece-Bains 1 モデル式が描く曲線が表示されている。ここからが、探索的データ解析ソフトの JMP の面目躍如たるところである。グラフ下のパラメータ表の中央にあるスライダーをつまんで動かしてパラメータを変化させてみる。

▼ プロット



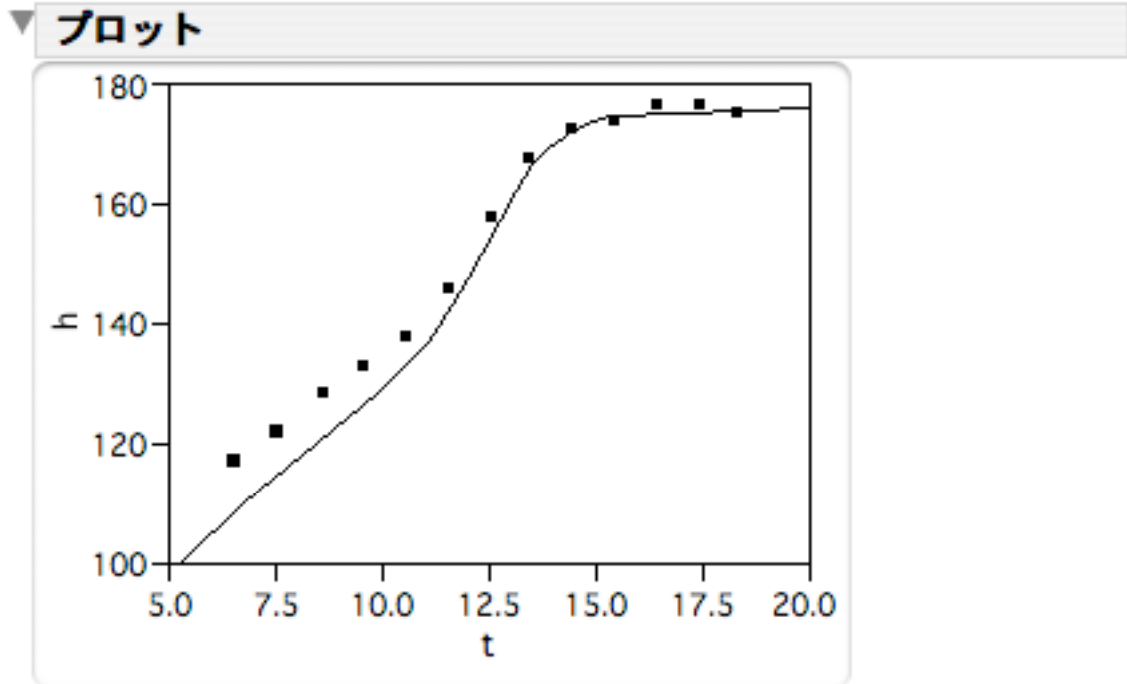
| パラメータ | 推定値 | 最小値 | 最大値 |
|---------|--------------|---------|---------|
| h1 | 175.81528839 | 173.423 | 178.208 |
| h_theta | 159.52883802 | 155.306 | 163.752 |
| s0 | 0.0949308117 | 0.05141 | 0.13845 |
| s1 | 1.3408116034 | 0.66444 | 2.01719 |
| theta | 12.729100179 | 12.2006 | 13.2576 |

h1 のスライダを動かして値を大きくすると、モデル式が示すように、グラフの右端が上昇し最終（成人）身長が大きくなる。同時にグラフの思春期前の部分が下降する。



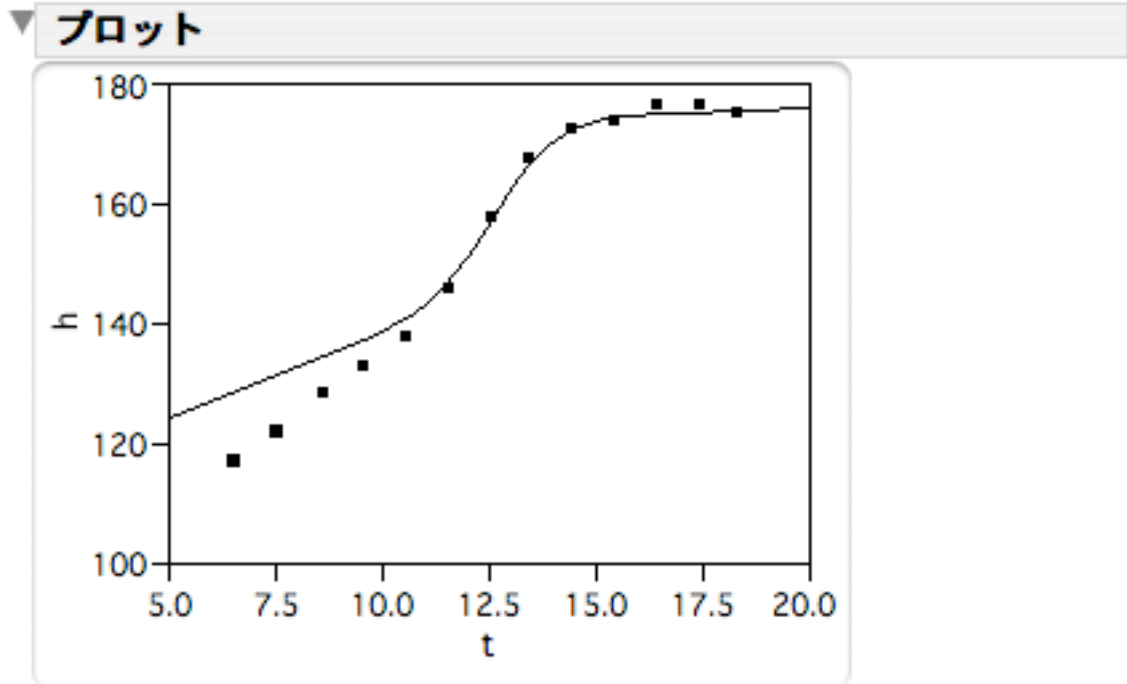
| パラメータ | 推定値 | 最小値 | 最大値 |
|---------|--------------|---------|---------|
| h1 | 177.89174083 | 173.423 | 178.208 |
| h_theta | 159.52883407 | 155.306 | 163.752 |
| s0 | 0.0949308642 | 0.05141 | 0.13845 |
| s1 | 1.3408141326 | 0.66444 | 2.01719 |
| theta | 12.729099264 | 12.2006 | 13.2576 |

h_theta のスライダを動かして値を小さくすると、グラフの思春期前の部分が下降する。
 h_theta は PHV 年齢付近の身長現量値に相当する値だから、これが小さいということはそれ以前の（思春期前の）身長現量値が小さいことが影響することが分かる。



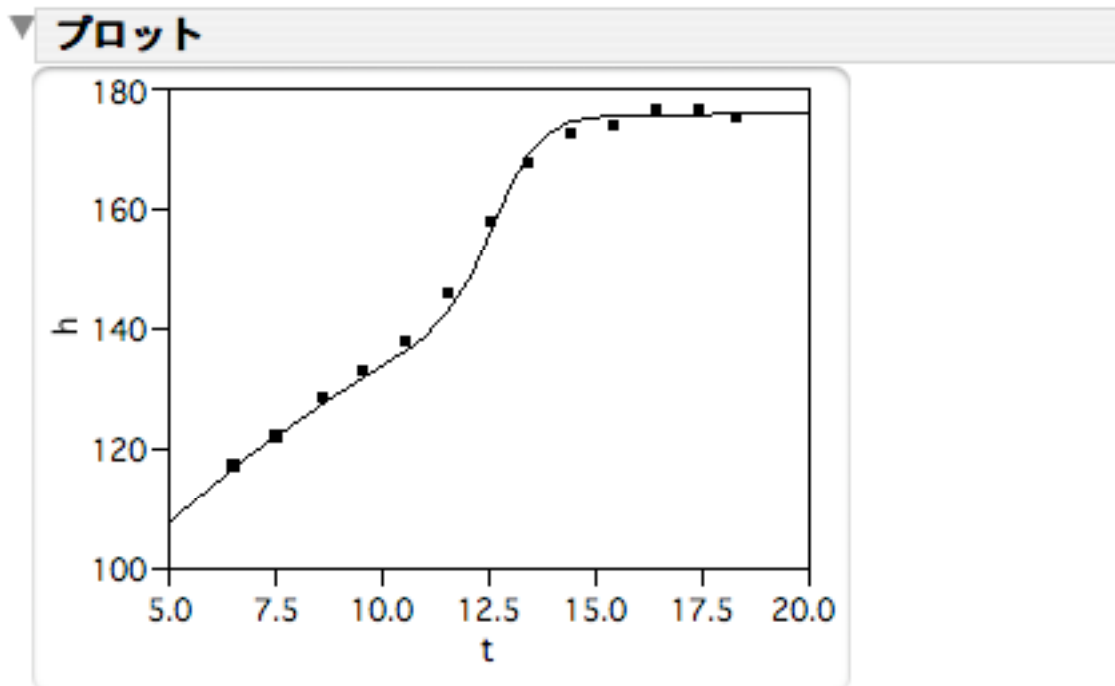
| パラメータ | 推定値 | 最小値 | 最大値 |
|---------|--------------|---------|---------|
| h1 | 175.81528064 | 173.423 | 178.208 |
| h_theta | 157.29789994 | 155.306 | 163.752 |
| s0 | 0.0949308642 | 0.05141 | 0.13845 |
| s1 | 1.3408141326 | 0.66444 | 2.01719 |
| theta | 12.729099264 | 12.2006 | 13.2576 |

s0 のスライダを動かして値を小さくすると、グラフの思春期前の部分が上昇して傾斜が小さくなる。Preece-Bains の論文は、s0 は思春期前の成長速度 (prepubertal velocity) に関連したパラメータである、と述べていることが実感できる。



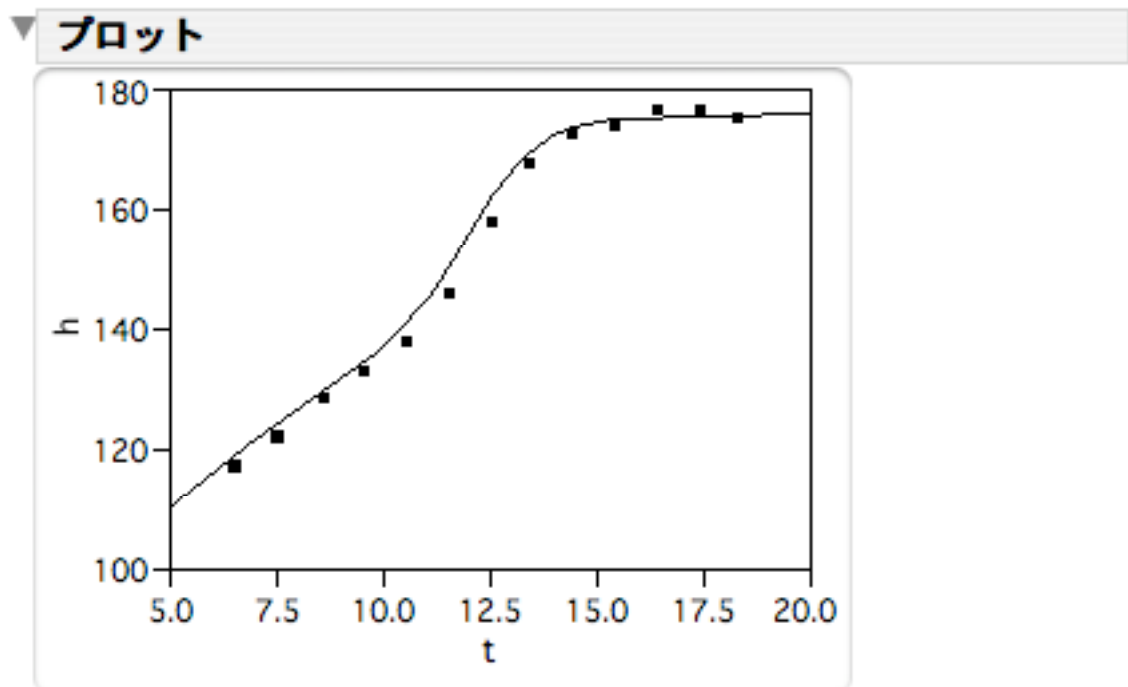
| パラメータ | 推定値 | 最小値 | 最大値 |
|---------|--------------|---------|---------|
| h1 | 175.81528281 | 173.423 | 178.208 |
| h_theta | 159.52883407 | 155.306 | 163.752 |
| s0 | 0.058800088 | 0.05141 | 0.13845 |
| s1 | 1.3408141326 | 0.66444 | 2.01719 |
| theta | 12.729099264 | 12.2006 | 13.2576 |

s1 のスライダを動かして値を大きくすると、グラフの中央の部分の立ち上がりが急になる（傾斜が大きくなる）。Preece-Bains の論文は、s1 は PHV に関連したパラメータである、と述べていることが実感できる。



| パラメータ | 推定値 | 最小値 | 最大値 |
|---------|--------------|---------|---------|
| h1 | 175.81528281 | 173.423 | 178.208 |
| h_theta | 159.52883407 | 155.306 | 163.752 |
| s0 | 0.0949308254 | 0.05141 | 0.13845 |
| s1 | 1.9533769228 | 0.66444 | 2.01719 |
| theta | 12.729099264 | 12.2006 | 13.2576 |

theta のスライダを動かして値を小さくすると、グラフの中央部分が左に移動する。
 Preece-Bains の論文は、theta は PHV 年齢に非常に近い値である、と述べていることが実感できる。



| パラメータ | 推定値 | 最小値 | 最大値 |
|---------|--------------|---------|---------|
| h1 | 175.81528281 | 173.423 | 178.208 |
| h_theta | 159.52883407 | 155.306 | 163.752 |
| s0 | 0.0949308254 | 0.05141 | 0.13845 |
| s1 | 1.3408130917 | 0.66444 | 2.01719 |
| theta | 12.320266034 | 12.2006 | 13.2576 |

4) 解が求まらなかったときの再試行

不幸にして反復が収束しなかった時は、「設定パネル」の「パラメータ」欄の「現在値」を編集した後に、「リセット」ボタンをクリックして、再び「実行」ボタンを押す。

設定パネル

実行

停止

ステップ

リセット

| 基準 | 現在 | 停止限界 |
|---------|-------------|-----------|
| 反復 | 0 | 60 |
| 短縮 | 0 | 15 |
| 目的関数変化 | 1.3408e+154 | 0.0000001 |
| パラメータ変化 | 1.3408e+154 | 0.0000001 |
| 勾配 | 1.3408e+154 | 0.000001 |

SSE 8296.5272427

N 13

| パラメータ | 現在値 | ロック |
|---------|-----|--------------------------|
| h1 | 170 | <input type="checkbox"/> |
| h_theta | 160 | <input type="checkbox"/> |
| s0 | 0.2 | <input type="checkbox"/> |
| s1 | 2 | <input type="checkbox"/> |
| theta | 15 | <input type="checkbox"/> |

5) おわりに

JMP の非線形回帰プラットフォームでの解析で不満なところは、Excel や R でできる、Preece-Bains 1 モデル式ので求めた 5 つパラメータを呼び出して、take-off や peak 時の年齢、現量値などの更なる計算ができない、ことである。そのかわり、探索的データ分析ソフトの長所を生かせば、パラメータの意味を実感したり、あるパラメータを変えると曲線のパターンがどう変わるかが体験できる。